

EFFECT OF A SCALED CANTILEVER BEAM ON NATURAL FREQUENCY

Jhon Malta ¹⁾ ✉, Arif Gunawan ¹⁾, Lovely Son ¹⁾

¹⁾Departemen Teknik Mesin
Universitas Andalas
Kampus Limau Manis, Padang, 25163
jhonmalta@eng.unand.ac.id
arifgunawan.eng@gmail.com
lovelyson@eng.unand.ac.id

Abstract

This paper deals with the scaling factor's effect on the cantilever beam's natural frequency. Scaling a prototype dimension will make it easier to manufacture and test the dynamic characteristics of structures with enormous sizes. Natural frequency is one of the essential parameters of the vibration characteristics of the system. The phenomenon that often occurs in vibrating structures is the resonance phenomenon. Resonance is a system state in which an abnormally large vibration is generated in response to an external stimulus, happening when the frequency of the disturbance is equal to, or nearly identical to, the natural frequency of the system. This research investigates the scale factor on natural frequency using the analytical method using Euler-Bernoulli beam theory, the MSC Nastran/Patran software, and experimental testing using an impact hammer on a cantilever beam. The three methods were applied to beams with four scaling variations: 1:1, 1:2.04, 1:2.85, and 1:3.48. Based on the results, the natural frequencies increase by the size scale reduction value in the modeling. The natural frequency value in the actual structure has a value equivalent to 1/S of the natural frequency value of the scale, whereas S is defined as the downgrade scale value. This result follows the Similitude theory.

Keywords: *Cantilever Beam, Scaling Factor, Natural Frequency.*

1. PENDAHULUAN

Pada getaran bebas, sistem akan bergetar pada suatu frekuensi tertentu dengan membentuk pola getar tertentu. Frekuensi bergetarnya disebut dengan *natural frequency* dan bentuk pola getarnya disebut dengan modus getar. Jika bicara tentang getaran sistem, maka hampir selalu membahas tentang *natural frequency*. Sebagian *natural frequency* juga berkaitan dengan kestabilan suatu struktur. Ketidakstabilan struktur dapat disebabkan oleh pembebanan dinamik dengan frekuensi gangguan yang berada di dekat *natural frequency* yang dikenal sebagai fenomena resonansi. Pada saat terjadinya resonansi, struktur akan bergetar dengan amplitudo respons yang semakin lama semakin membesar. Untuk menghindari terjadinya resonansi, *natural frequency* dari struktur harus berada cukup jauh dari frekuensi gangguan. Jika frekuensi gaya gangguan diketahui maka modifikasi *natural frequency* dan modus getar struktur dapat dilakukan untuk menghindari munculnya fenomena resonansi. Seperti penelitian yang telah dilakukan oleh Son dan Affandi ^[1], mereka mengidentifikasi *natural frequency* dan modus getar pada struktur pesawat tanpa awak untuk mencegah terjadinya resonansi dan ketidakstabilan karena kekakuan struktur yang rendah sangat rentan terhadap

Corresponding Author:

✉ **Jhon Malta**

Received on: 2022-07-14

Revised on: 2022-11-27

Accepted on: 2023-01-07

beban dinamik. Sehingga mereka mencoba memodifikasi bagian dari struktur pesawat baik secara numerik dengan menggunakan perangkat lunak ANSYS maupun pengujian secara eksperimental.

Untuk mempelajari karakteristik dinamik suatu struktur, peneliti selalu menyandingkan hasil analisis dari suatu perangkat lunak dengan hasil pengujian secara eksperimental. Selain yang telah dilakukan oleh peneliti ^[1], beberapa peneliti lain juga melakukan hal yang sama untuk mempelajari berbagai model struktur. Hoten, *et al.* ^[2] menggunakan perangkat lunak Solidwork untuk menentukan *natural frequency* spindel mesin CNC. Peneliti lain melakukan investigasi dengan menggunakan perangkat lunak Autodesk Inventor pada model diskrit balok terpuntir untuk menghitung defleksi akibat beban statis ^[3] dan penghitungan *natural frequency* dan modus getarnya ^[4]. Sedangkan penerapan pada sistem poros rotor dengan perangkat lunak yang sama dilakukan oleh Fahlefi ^[5] untuk mempelajari pengaruh posisi tumpuan terhadap *natural frequency* dan modus getarnya.

Dalam kajian *natural frequency* dari suatu struktur yang sederhana seperti balok dengan berbagai kondisi tumpuan, peneliti ^[6-8] masih dapat menyelesaikannya secara analitik. Investigasi dimulai dari pembuatan model sederhana dan membuat persamaan matematikanya. Solusi dari persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan berbagai metode analitik. Meskipun demikian, hasil analitik harus tetap divalidasi secara eksperimental. Untuk kasus balok dengan kondisi khusus seperti balok bertingkat, meskipun lebih rumit tapi Li, *et al.* ^[9] berhasil memodelkan dan menyelesaikannya secara analitik. Sedangkan untuk balok yang memiliki retak, kondisinya lebih kompleks sehingga solusi yang diambil adalah dengan menggunakan pendekatan metode elemen hingga seperti yang dilakukan oleh Soliman ^[10]. Hasil yang diperolehnya dapat digunakan untuk mendeteksi awal kemunculan retak pada balok *Euler-Bernoulli*.

Pada penelitian yang sudah dijelaskan sebelumnya ^[1-10], model uji dibuat dalam ukuran kecil atau ukuran skala laboratorium. Sehingga pada saat pembuatan spesimen tidak mengalami kendala dan biayanya pun relatif murah. Lain halnya jika model uji berukuran besar seperti pesawat terbang, turbin, dan sebagainya, tentulah sulit dan membutuhkan biaya yang cukup mahal dalam pembuatan *prototype*-nya. Untuk itu peneliti berusaha mengembangkan persamaan matematik dan mempelajari hubungan dimensi model terhadap karakteristik dinamikanya. Khusus untuk mencari hubungan ukuran model terhadap *natural frequency* struktur, beberapa penelitian telah dipublikasikan di berbagai jurnal. Endriatno ^[11] mencoba memvariasikan ukuran model balok sederhana dan menentukan *natural frequency*-nya. Meskipun demikian, variasi ukuran model balok tidak dalam skala tertentu, sehingga hasilnya belum dapat digunakan untuk menentukan pengaruh faktor skala terhadap *natural frequency* struktur balok. Hal yang sama juga dilakukan oleh Son, *et al.* ^[12], di mana bagian yang divariasikan adalah bentuk profil dan dimensi penampang kolom pada struktur bangunan dua lantai.

Penelitian yang dikhususkan untuk mempelajari pengaruh faktor skala terhadap karakteristik dinamik struktur sudah dilakukan pada beberapa tahun belakangan ini yang dikenal dengan teori Similitude. Teori ini dikembangkan salah satunya untuk memprediksi karakteristik dinamik dari struktur yang mirip. Kemiripan struktur salah satunya adalah dalam bentuk dimensi yang berbeda atau adanya faktor skala. Seperti yang telah dilakukan oleh Kenan, *et al.* ^[13], mereka menggunakan teori Similitude untuk menganalisis struktur *tower crane*. Selanjutnya, Dewi, *et al.* ^[14] melakukan kajian dimensi sistem rotor melalui FRF dengan menggunakan fungsi transfer dan metode elemen hingga. Dari hasil penelitian mereka diperoleh hubungan antara besarnya FRF untuk setiap skala dimensi selama rasio redaman diasumsikan konstan. Hubungan yang disebut sebagai faktor penskalaan adalah untuk FRF perpindahan, FRF kecepatan, dan FRF percepatan.

Untuk mempelajari teori Similitude secara fundamental, maka perlu dilakukan penelitian dengan menggunakan model yang lebih sederhana. Beberapa model balok kantilever dengan berbagai skala dimensi akan dianalisis untuk menentukan *natural frequency* sistemnya. Sedangkan metode yang akan digunakan adalah metode analitik balok *Euler-Bernoulli*, selanjutnya dibandingkan dengan hasil simulasi perangkat lunak MSC Nastran/Patran dan hasil pengujian FRF secara eksperimental.

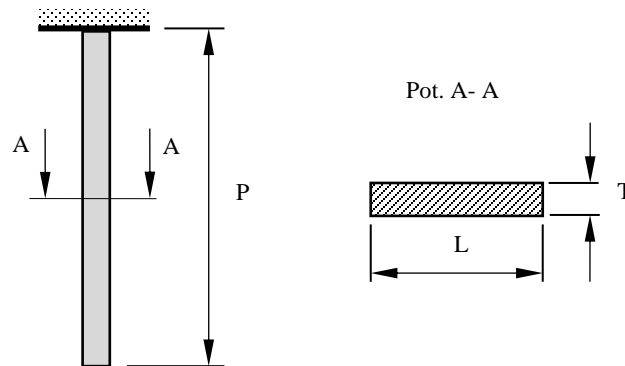
2. METODE DAN BAHAN

Pada penelitian ini dirancang suatu model balok dengan skala dimensi yang berbeda. Dimensi balok dibuat menjadi empat variasi dengan skala 1:1, 1:2,04, 1:2,85, dan 1:3,48. Ukuran detail model balok kantilever dapat dilihat pada Tabel 1. Untuk dimensi dengan simbol P adalah panjang balok, simbol L adalah lebar balok, dan simbol T adalah tebal balok. Material balok sendiri terbuat dari baja dengan massa jenis 7850 kg/m^3 dan modulus elastisitas 200 GPa. Sketsa dari spesimen uji ini dapat dilihat pada Gambar 1.

Tabel 1. Detail ukuran balok kantilever.

MODEL	SKALA	DIMENSI BALOK
1.	1 : 1	P = 950 mm; L = 50 mm; T = 9,4 mm
2.	1 : 2,04	P = 465,7 mm; L = 24,5 mm; T = 4,6 mm
3.	1 : 2,85	P = 333,3 mm; L = 17,5 mm; T = 3,3 mm
4.	1 : 3,48	P = 273 mm; L = 14,4 mm; T = 2,7 mm

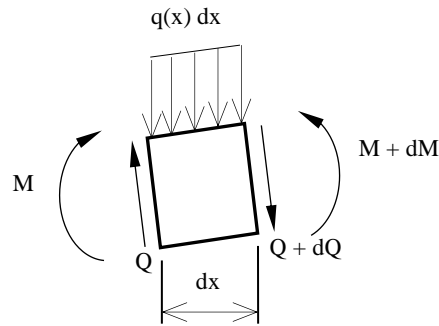
Telah disebutkan sebelumnya bahwa balok kantilever tersebut akan dianalisis dengan menggunakan tiga metode untuk mendapatkan *natural frequency*-nya. Metode pertama yaitu penghitungan analitik dengan menggunakan teori balok *Euler-Bernoulli*. Metode kedua akan dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan perangkat lunak MSC Nastran/Patran. Sedangkan metode ketiga akan dilakukan pengujian secara eksperimental untuk mendapatkan grafik FRF.



Gambar 1. Sketsa spesimen uji balok.

2.1. Teori Balok Euler-Bernoulli

Teori balok *Euler-Bernoulli* juga dikenal sebagai teori balok klasik yang merupakan penyederhanaan dari teori elastisitas linier yang dapat digunakan untuk menghitung karakteristik beban-beban dan defleksi balok. Untuk menentukan persamaan diferensial untuk getaran lateral balok, gaya dan momen yang bekerja pada elemen balok diperhitungkan dalam membentuk persamaan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Elemen balok Euler-Bernoulli ^[15].

Di sini, Q dan M masing-masing adalah gaya geser dan momen lentur, sedangkan $q(x)$ mewakili beban per satuan panjang balok. Jika diketahui E adalah modulus elastisitas balok, I adalah momen inersia penampang balok, dan y adalah perpindahan balok, maka dengan menurunkan persamaan-persamaan dari elemen balok tersebut akan diperoleh persamaan gerak balok Euler-Bernoulli seperti pada persamaan 1, yaitu

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \beta^4 y = 0 \tag{1}$$

di mana β adalah konstanta persamaan. Prosedur penurunan persamaan diferensialnya tidak akan dijelaskan di sini, karena sudah cukup banyak buku referensi yang membahasnya, di antaranya adalah ^[15-17]. Solusi umum dari persamaan (1) akan diperoleh

$$y = A \cosh \beta x + B \sinh \beta x + C \cos \beta x + D \sin \beta x \tag{2}$$

Selanjutnya, dari persamaan (2), *natural frequency* dapat dihitung dengan menyelesaikan persamaan

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho l^4}} \tag{3}$$

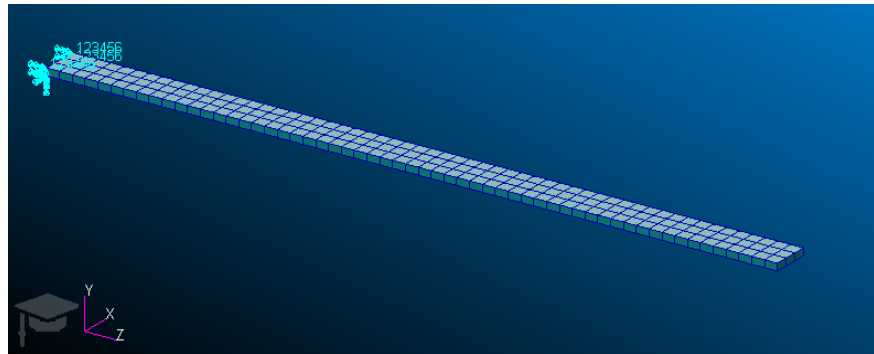
Nilai $(\beta_n L)$ ditentukan berdasarkan kondisi batas pada sistem balok seperti yang dicantumkan pada Tabel 2. Persamaan (3) ini berlaku untuk sistem balok dengan panjang total sama dengan L dan material diasumsikan homogen dengan ρ adalah massa per satuan panjang.

Tabel 2. Nilai $(\beta_n l)$ untuk berbagai kondisi batas pada balok.

KONDISI BATAS	NILAI $(\beta_n L)$ UNTUK NATURAL FREQUENCY		
	KE-1	KE-2	KE-3
Jepit – Bebas	1,8753	4,6941	7,8548
Jepit – Jepit	4,7301	7,8532	10,9956
Jepit – Engsel	1,5710	4,7130	7,8540
Engsel – Engsel	3,1420	6,2840	9,4250

2.2. Pemodelan dengan Perangkat Lunak MSC Nastran/Patran

Program MSC *Nastran/Patran* merupakan salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan untuk menganalisis suatu sistem dengan menggunakan dasar metode elemen hingga. Balok kantilever yang akan dianalisis pada penelitian ini dimodelkan dengan menggunakan perangkat lunak MSC *Nastran/Patran*. Beberapa asumsi yang digunakan adalah balok ditumpu jepit pada salah ujungnya sedangkan ujung yang lain bebas tanpa tumpuan. Tumpuan jepit pada perangkat lunak dinyatakan dengan penahanan nodal elemennya pada arah 123456 yang artinya nodal ditahan pada arah translasi x-y-z untuk 123 dan arah puntir sumbu x-y-z untuk 456. Pemodelan jenis tumpuan balok kantilever ini dapat dilihat pada Gambar 3.

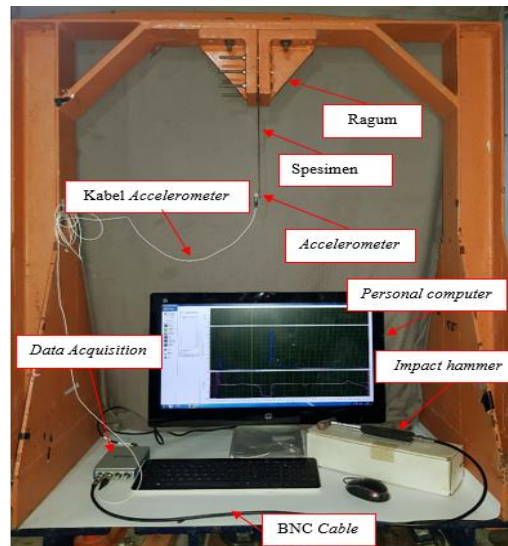


Gambar 3. Pemodelan balok kantilever dengan MSC Nastran/Patran.

2.3. Pengujian Model Balok Secara Eksperimental

Pengujian *natural frequency* secara eksperimental dilakukan dengan menggunakan beberapa peralatan dan sensor yaitu *impact hammer*, sensor *accelerometer*, perekam data akuisisi dan komputer. Skema rangkaian alat uji terlihat pada Gambar 4.

Pada pengujian secara eksperimental sensor *accelerometer* diletakkan di ujung balok kantilever. Sedangkan pemberian gaya dengan cara pemukulan *impact hammer* dilakukan di posisi dekat sensor *accelerometer* sebanyak tiga kali pemukulan, sehingga nantinya akan diperoleh hasil dengan tipe *Point FRF*. Pengujian dilakukan pada masing-masing balok kantilever dengan dimensi yang sudah diskalakan.



Gambar 4. Skema pengujian spesimen balok secara eksperimental.

3. HASIL DAN DISKUSI

Setelah melakukan penghitungan secara analitik dengan menggunakan teori balok *Euler-Bernoulli*, kemudian balok dimodelkan dengan menggunakan perangkat lunak MSC *Nastran/Patran*, dan dilanjutkan dengan pembuatan model uji dan pengujian secara eksperimental untuk menentukan grafik FRF, maka didapat hasil *natural frequency* untuk masing-masing balok kantilever. Hasil-hasil ini kemudian dianalisis dan dibandingkan untuk masing-masing metode yang sudah disebutkan di atas.

3.1. Analisis *Natural Frequency* Berdasarkan Teori Balok *Euler-Bernoulli*

Penghitungan nilai *natural frequency* secara analitik dilakukan berdasarkan teori balok *Euler-Bernoulli* dengan kondisi batas pada balok yaitu (Jepit – Bebas) seperti yang dicantumkan pada baris pertama dari Tabel 2. Dengan menggunakan persamaan (3) untuk masing-masing dimensi balok pada Tabel 1, maka akan diperoleh *natural frequency* pertama, kedua, dan ketiga dari dari setiap ukuran balok yang diskalakan tersebut. Hasil *natural frequency* ini ditampilkan pada Tabel 3.

Tabel 3: *Natural frequency* analitik berdasarkan teori balok *Euler-Bernoulli*.

NATURAL FREQUENCY	SKALA DIMENSI BALOK			
	1 : 1	1 : 2,04	1 : 2,85	1 : 3,48
ke-1	8,49 Hz	17,32 Hz	24,19 Hz	29,54 Hz
ke-2	53,20 Hz	108,53 Hz	151,62 Hz	185,14 Hz
ke-3	148,97 Hz	303,89 Hz	424,55 Hz	518,40 Hz

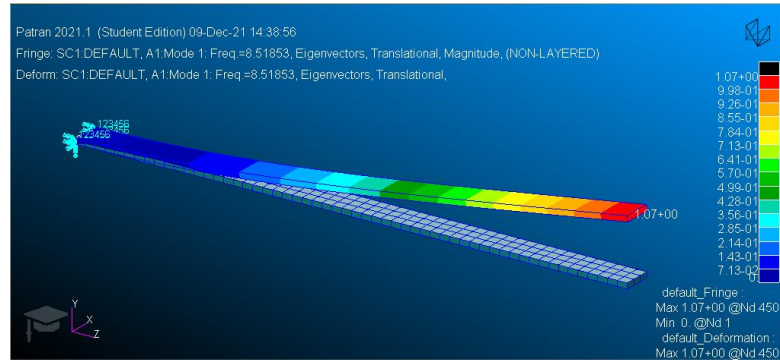
Berdasarkan Tabel 3 terlihat bahwa *natural frequency* pertama semakin besar sesuai dengan perbandingan faktor skala pada masing-masing dimensi balok. Jika diambil balok dengan skala 1:1 sebagai acuan di mana *natural frequency* pertamanya adalah 8,49 Hz, maka pada balok dengan dimensi skala 1:2,04 *natural frequency*-nya diperoleh 17,32 Hz. Nilai perbandingan *natural frequency* ini sama dengan besaran skalanya yang juga bernilai 2,04. Hal yang sama juga berlaku pada dimensi balok dengan skala yang lain bahkan untuk *natural frequency* ke-2 dan ke-3. Hal ini berarti besaran *natural frequency* pada sistem balok kantilever sesuai dengan faktor skala dimensi balok. Semakin kecil dimensi balok maka semakin tinggi *natural frequency*-nya, dan berlaku juga sebaliknya jika semakin besar dimensi balok maka semakin rendah *natural frequency*-nya.

3.2. Simulasi Numerik dengan MSC *Nastran/Patran*

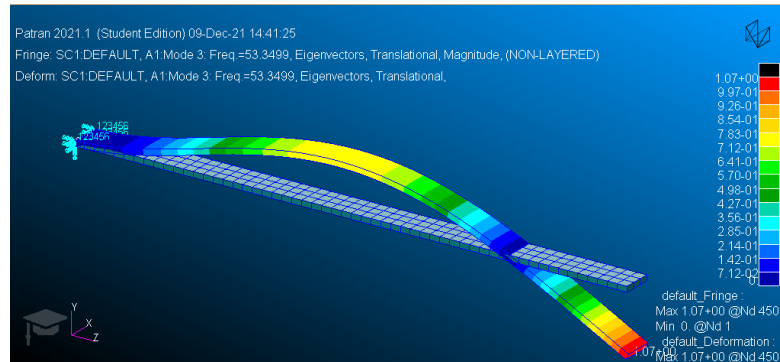
Untuk simulasi numerik dengan menggunakan perangkat lunak MSC *Nastran/Patran*, sebuah balok kantilever dimodelkan seperti pada Gambar 3. Selanjutnya, untuk mendapatkan *natural frequency* balok, maka dilakukan analisis modus getar. Pada masing-masing *natural frequency* sistem balok memiliki modus getar tersendiri. Modus getar menunjukkan bagaimana bentuk bergetarnya sebuah balok kantilever jika bergetar pada *natural frequency*-nya.

Pada Gambar 5 ditunjukkan sebuah balok kantilever dengan dimensi skala 1:1 membentuk modus getar pertama. Dari analisis modus getar diperoleh *natural frequency* pertama sebesar 8,52 Hz. Selanjutnya pada Gambar 6 dan 7 ditampilkan balok kantilever yang sama dengan modus getar kedua dan ketiga, di mana *natural frequency*-nya masing-masing sebesar 53,35 Hz dan 149,30 Hz. Setelah dilakukan dengan cara yang sama untuk masing-masing balok kantilever dengan ukuran yang diskalakan, maka *natural frequency* dari masing-masing balok tersebut dapat ditentukan. Hasil lengkap *natural frequency* ini

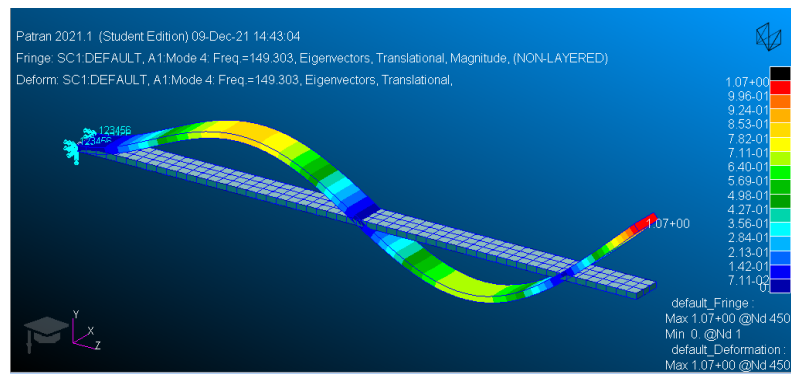
ditampilkan pada Tabel 4. Sama seperti yang sudah dijelaskan pada Tabel 3 untuk *natural frequency* yang diperoleh secara analitik, maka pada Tabel 4 *natural frequency* diperoleh dari sistem balok kantilever dengan menggunakan perangkat lunak MSC Nastran/Patran. Pada baris pertama dari Tabel 4 terlihat bahwa *natural frequency* pertama dari balok acuan adalah 8,52 Hz. Untuk balok dengan ukuran yang lebih kecil masing-masing 2,04, 2,85, dan 3,48 kali dari ukuran awal diperoleh *natural frequency* pertamanya berturut-turut 17,40 Hz, 24,28 Hz, dan 29,63 Hz. Jika angka-angka ini dibagi dengan 8,52 Hz, maka akan diperoleh hasil 2,04, 2,85, dan 3,48 atau sama dengan perbandingan skala dimensinya. Hal yang sama juga berlaku untuk *natural frequency* kedua dan ketiga.



Gambar 5. Modus getar pertama balok kantilever skala 1 : 1.



Gambar 6. Modus getar kedua balok kantilever skala 1 : 1.



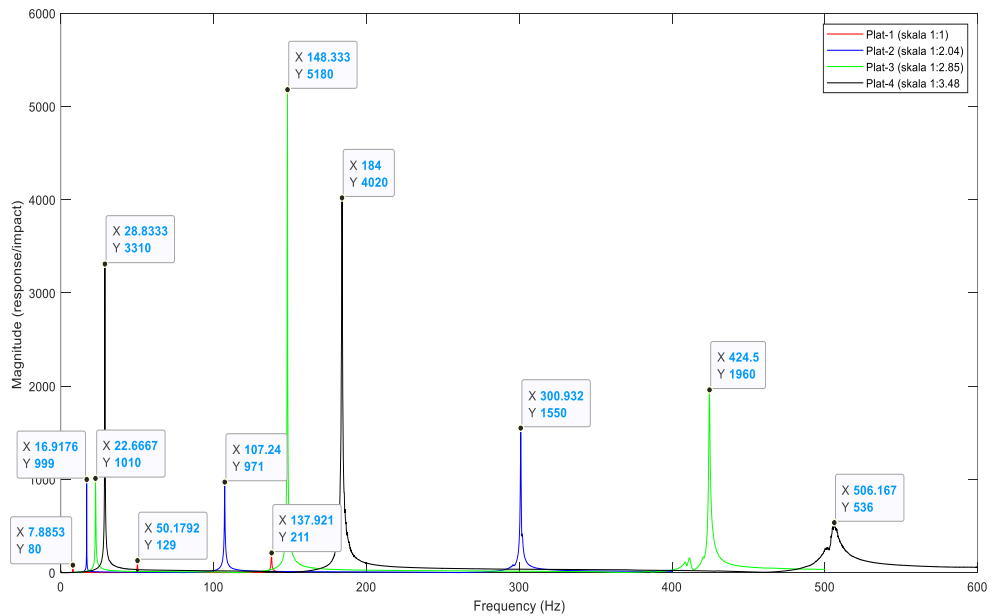
Gambar 7. Modus getar ketiga balok kantilever skala 1 : 1.

Tabel 4. Natural frequency hasil simulasi dari perangkat lunak MSC Nastran/Patran.

NATURAL FREQUENCY	SKALA DIMENSI BALOK			
	1 : 1	1 : 2,04	1 : 2,85	1 : 3,48
ke-1	8,52 Hz	17,40 Hz	24,28 Hz	29,63 Hz
ke-2	53,35 Hz	108,97 Hz	152,04 Hz	185,59 Hz
ke-3	149,30 Hz	304,96 Hz	425,49 Hz	519,39 Hz

3.3. FRF Hasil Pengujian Eksperimental

Pengujian model balok kantilever dilakukan dengan skema yang sudah dijelaskan sebelumnya pada Gambar 4. Pengujian dilakukan sebanyak tiga kali ketukan dengan menggunakan *impact hammer* pada titik dibelakang posisi *accelerometer*. Dari hasil pengujian diperoleh grafik FRF rata-rata dengan koherensi mendekati angka satu seperti yang ditampilkan pada Gambar 8. Dari gambar ini terlihat grafik FRF dari masing-masing model balok kantilever dengan puncak-puncak yang sangat jelas. Frekuensi di mana puncak tersebut terjadi dinyatakan sebagai *natural frequency*.



Gambar 8. FRF *Magnitude* spesimen uji balok kantilever.

Untuk model balok pertama yang dijadikan sebagai acuan awal digambarkan pada grafik dengan warna merah. Di sini terdapat tiga puncak yang muncul yang dinyatakan sebagai *natural frequency* pertama, kedua, dan ketiga dengan nilai masing-masing 7,89 Hz, 50,18 Hz, dan 137,92 Hz. Hasil lengkap dari *natural frequency* yang muncul dituliskan pada Tabel 5. Sedangkan perbandingan *natural frequency* dari masing-masing penskalaan balok ditampilkan pada Tabel 6.

Tabel 5. Natural frequency hasil pengujian FRF.

NATURAL FREQUENCY	SKALA DIMENSI BALOK			
	1 : 1	1 : 2,04	1 : 2,85	1 : 3,48
ke-1	7,89 Hz	16,92 Hz	22,67 Hz	28,83 Hz
ke-2	50,18 Hz	107,24 Hz	148,33 Hz	184,00 Hz
ke-3	137,92 Hz	300,93 Hz	424,50 Hz	506,17 Hz

Tabel 6. Perbandingan natural frequency hasil pengujian FRF terhadap model balok acuan.

NATURAL FREQUENCY	SKALA DIMENSI BALOK						
	1 : 1	1 : 2,04	%	1 : 2,85	%	1 : 3,48	%
ke-1	1	2,14	+ 4,9	2,87	+ 0,7	3,66	+ 5,2
ke-2	1	2,14	+ 4,9	2,96	+ 3,9	3,67	+ 5,5
ke-3	1	2,18	+ 6,9	3,08	+ 8,1	3,67	+ 5,5

Berdasarkan Tabel 6 terlihat bahwa pada balok dengan skala 1:2,04 atau ukuran balok lebih kecil 2,04 kali ukuran balok acuan diperoleh perbandingan *natural frequency*-nya lebih tinggi yaitu sebesar 2,14 kali frekuensi acuan atau lebih tinggi 4,9% untuk *natural frequency* pertama dan kedua, dan lebih tinggi 6,9% untuk *natural frequency* ketiga. Untuk balok dengan skala 1:2,85 diperoleh kelebihan perbandingan *natural frequency* yang berkisar 0,7% sampai 8,1%. Sedangkan untuk balok dengan skala 1:3,48 diperoleh kelebihan *natural frequency* yang hampir sama untuk semua *natural frequency* yaitu sekitar 5,5%. Secara umum, hasil pengali skala *natural frequency* yang diperoleh dari hasil pengujian balok kantilever secara eksperimental lebih tinggi dari faktor skala dimensi baloknya. Meskipun demikian perbedaan yang diperoleh masih di bawah 10%.

3.4. Perbandingan Natural Frequency Hasil Ketiga Metode

Berdasarkan hasil *natural frequency* yang sudah diperoleh dari hasil penghitungan secara analitik dengan menggunakan teori balok Euler-Bernoulli pada Tabel 3, hasil simulasi numerik dengan MSC Nastran/Patran pada Tabel 4, dan hasil pengujian FRF secara eksperimental pada Tabel 5, maka terlihat bahwa hasil simulasi numerik sedikit lebih tinggi jika dibandingkan dengan hasil secara analitik, tapi hasil eksperimental lebih rendah dibandingkan dengan hasil analitik. Perbandingan hasil simulasi numerik terhadap hasil analitik ditampilkan pada Tabel 7. Sedangkan perbandingan hasil eksperimen dengan hasil analitik ditampilkan pada Tabel 8.

Tabel 7. Perbandingan natural frequency hasil simulasi numerik terhadap hasil analitik.

NATURAL FREQUENCY	SKALA DIMENSI BALOK			
	1 : 1	1 : 2,04	1 : 2,85	1 : 3,48
ke-1	+ 0.35%	+ 0.46%	+ 0.37%	+ 0.30%
ke-2	+ 0.28%	+ 0.41%	+ 0.28%	+ 0.24%
ke-3	+ 0.22%	+ 0.35%	+ 0.22%	+ 0.19%

Tabel 8. Perbandingan natural frequency hasil eksperimen terhadap hasil analitik.

NATURAL FREQUENCY	SKALA DIMENSI BALOK			
	1 : 1	1 : 2,04	1 : 2,85	1 : 3,48
ke-1	- 7,04%	- 2,30%	- 6,26%	- 2,40%
ke-2	- 5,66%	- 1,18%	-2,16%	- 0.61%
ke-3	- 7,40%	- 0.97%	- 0.01%	- 2,35%

Secara umum hasil pada Tabel 7 menunjukkan perbedaan yang sangat kecil yaitu maksimal hanya 0,46%. Meskipun demikian perbedaan terjadi karena pada metode numerik khususnya metode elemen hingga menggunakan pendekatan dengan membagi balok menjadi elemen-elemen diskrit. Sedangkan pada metode analitik hasilnya diperoleh berdasarkan penurunan secara matematik. Persamaan antara metode elemen hingga dengan metode analitik untuk kasus balok kantilever di sini adalah sama-sama menggunakan asumsi material homogen dan linier. Di samping itu pemodelan balok kantilever juga diasumsikan dengan jenis tumpuan jepit sempurna pada salah satu ujung balok dan pada ujung yang satunya lagi bebas tanpa tumpuan. Selanjutnya, perbandingan *natural frequency* hasil eksperimen dengan hasil analitik seperti pada Tabel 8 masih dapat diterima, di mana perbedaannya maksimal masih 7,4%. Perbedaan hasil yang terjadi bisa disebabkan oleh beberapa faktor, yaitu hasil pengujian merupakan hasil pengukuran dengan menggunakan sensor, sehingga kondisinya sesuai dengan apa adanya meskipun sensornya sudah terkalibrasi. Di samping itu, material yang digunakan bisa jadi tidak homogen 100% dan besaran modulus elastisitas mungkin sedikit berbeda dengan data material yang digunakan pada metode analitik. Selain itu, keterbatasan kondisi pembuatan tumpuan yang sangat kaku juga menjadi kendala.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan nilai *natural frequency* yang telah diperoleh secara analitik dengan menggunakan teori balok *Euler-Bernoulli*, secara numerik dari hasil simulasi perangkat lunak MSC Nastran/Patran, dan secara eksperimen dapat disimpulkan bahwa nilai *natural frequency* akan mengalami kenaikan sebesar nilai pengecilan skala ukuran pada pemodelannya. Nilai *natural frequency* pada struktur yang sebenarnya memiliki nilai yang setara dengan 1/S dari nilai *natural frequency* pemodelan skalanya, di mana S didefinisikan sebagai nilai faktor skala. Hasil ini sesuai dengan teori Similitude yang sudah dikembangkan sebelumnya.

PERNYATAAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Departemen Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Andalas yang telah memberikan insentif publikasi tahun 2022.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Son, L., Afandi, R., "Analisis Frekuensi Pribadi dan Modus getar Struktur Pesawat Tanpa Awak Tipe *Flying Wings*", Jurnal Sistem Mekanik dan Termal (METAL), v. 2, n. 2, pp. 36-42, Oktober 2018.
- [2] Hoten, H. V., Nurbaiti, Kurniawan M., A., dan Silitonga, J., "Perbandingan Eksperimental dan Simulasi Frekuensi Pribadi pada Struktur Spindel CNC", Jurnal Rekayasa Mesin, v. 11, n. 3, pp. 497-510, 2020.

- [3] Malta, J., Bukhari, A., and Bur, M., "Numerical and Experimental Analysis of Cantilever Beam with Various Shaft Orientation", Prosiding Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin, XVI, pp. 129-132, Surabaya, Oktober 2017.
- [4] Malta, J., Jefri, Bur, M., and Satria, E., "Natural Frequencies of Twisted Cantilever Beam", *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*, vol. 602, 012069, 2019.
- [5] Fahlefi, A., "Pengaruh Jarak Tumpuan Terhadap Frekuensi Pribadi Sistem Poros Rotor Overhung Melalui Eksperimen dan Simulasi Autodesk Inventor," Skripsi S.T., Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Andalas, Padang, 2019.
- [6] Mane, P.D., Yadav, A.A., Pol, A.M. and Kumbhar, V.A., "Comparative Analysis of Natural Frequency for Cantilever Beam Through Analytical and Software Approach", *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, 5(2), pp. 656-671, 2018.
- [7] Kumar, Y. "The Rayleigh-Ritz Method for Linear Dynamic, Static and Buckling Behavior of Beams, Shells and Plates: A Literature Review", *Journal of Vibration and Control*, 24(7), pp. 1205-1227, 2018.
- [8] Marie, B., Thomsen, J.J., "Experimental Testing of Timoshenko predictions of Supercritical Natural Frequencies and Mode Shapes for Free-free Beams", *Journal of Sound and Vibration*, Oktober 2019.
- [9] Li, S.-C., Liang, L., and Yu, Q., "Natural Frequency of Bending Vibration for Stepped Beam of Different Geometrical Characters and Materials", *Journal of Noise & Vibration Worldwide*, vol. 50, issue: 1, pp. 3-12, 2018.
- [10] Soliman, E. S. M. M., "Behavior of Cracked Euler-Bernoulli Beam and Inverse Problem for Assessing Crack Severity", *Journal of Noise & Vibration Worldwide*, vol. 53, issue: 3, pp. 104-119, 2021.
- [11] Endriatno, N. N., "Penentuan Frekuensi Pribadi Balok Kantilever pada Dimensi yang Berbeda," *Jurnal Ilmiah Teknik Mesin*, vol. 11, no. 2, p. 72, 2020.
- [12] Son, L., Bur, M., dan Rusli, M., "Pengaruh Profil dan Dimensi Penampang Kolom Terhadap Harga Frekuensi Pribadi dan Bentuk Modus Getar Struktur Bangunan Dua Lantai", Prosiding Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin, XVI, pp. 118-121, Surabaya, Oktober 2017.
- [13] Kenan, H., and Azeloğlu, O., "Design of Scaled Down Model of a Tower Crane Mast by Using Similitude Theory", *Journal of Engineering Structures*, 220, pp. 110985. 2020.
- [14] Dewi, D. K., Abidin, Z., Budiwantoro, B. and Malta, J., "Dimensional Analysis of a Rotor System through FRF Using Transfer Function and Finite Element Methods," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 34, no. 5, pp. 1863-1870, 2020.
- [15] Markert, R., *Struktur-dynamik*, 1 ed., Aachen, Shaker Verlag, 2013.
- [16] Dimarogonas, A. D., Paipetis, S. A., Chondros, T. G., *Analytical Methods in Rotor Dynamics*, 2 ed., Dordrecht, Springer Verlag, 2013.
- [17] Hagedorn, P., Dasgupta, A., *Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems*, 1 ed., West Sussex England, John Wiley & Sons Ltd., 2007.